



Poz. 356

UCHWAŁA NR 9
RADY DYDAKTYCZNEJ DLA KIERUNKÓW STUDIÓW INFORMATYKA,
MATEMATYKA, INŻYNIERIA OBLICZENIOWA

z dnia 29 kwietnia 2020 r.

w sprawie uchwalenia szczegółowych zasad dyplomowania na kierunku matematyka

Na podstawie § 5 ust. 1 pkt 8 Regulaminu Studiów na Uniwersytecie Warszawskim (Monitor UW z 2019 r. poz. 186) oraz uchwały nr 4 Uniwersyteckiej Rady ds. Kształcenia w sprawie wytycznych dotyczących procesu dyplomowania na Uniwersytecie Warszawskim (Dziennik UW URK z 2020r. poz. 4), Rada Dydaktyczna postanawia, co następuje:

§ 1

Uchwała się Szczegółowe zasady dyplomowania na kierunku matematyka, stanowiące załącznik do uchwały.

§ 2

Uchwała wchodzi w życie z dniem 01.10.2020 r.

Przewodniczący rady dydaktycznej: *dr hab. Paweł Goldstein*

do uchwały nr 9 rady dydaktycznej dla kierunków studiów informatyka, matematyka, inżynieria obliczeniowa z dnia 29 kwietnia 2020 r. w sprawie szczegółowych zasad dyplomowania na kierunku matematyka

Szczegółowe zasady dyplomowania na kierunku matematyka

1. Proces dyplomowania.

Na proces dyplomowania składają się:

1.1. Na studiach I stopnia:

- a) realizacja rocznego cyklu proseminarium,
- b) przygotowanie pracy dyplomowej (licencjackiej),
- c) złożenie egzaminu dyplomowego

1.2. Na studiach II stopnia:

- a) realizacja dwóch rocznych cykli seminarium magisterskiego,
- b) przygotowanie pracy dyplomowej (magisterskiej),
- c) złożenie egzaminu dyplomowego.

1.3. Student, który uzyskał z egzaminu dyplomowego ocenę niedostateczną w obu terminach, w przypadku wznowienia studiów zobowiązany jest do ponownego przejścia procesu dyplomowania w zakresie wskazanym przez Kierownika Jednostki Dydaktycznej (dalej: KJD).

2. Proseminaria i seminaria

2.1. Warunkiem zaliczenia proseminarium jest złożenie przez studenta w sekcji studenckiej pracy licencjackiej pozytywnie ocenionej przez kierującego pracą.

2.2. Warunkiem zaliczenia seminarium jest:

- na I roku studiów: posiadanie zatwierdzonego tematu pracy magisterskiej,
- na II roku studiów: złożenie w sekcji studenckiej pracy magisterskiej pozytywnie ocenionej przez kierującego pracą.

2.3. Do prowadzenia proseminariów i seminariów dyplomowych lub kierowania przygotowaniem prac dyplomowych oraz do przyjmowania egzaminów dyplomowych są uprawnieni nauczyciele akademicy mający co najmniej stopień naukowy doktora, a w przypadku prac licencjackich, również upoważnione przez KJD, za zgodą rady dydaktycznej, osoby z tytułem zawodowym magistra.

2.4. O ile nie postanowiono inaczej, kierującym pracą zostaje prowadzący proseminarium lub seminarium, którego uczestnikiem jest student. Współkierowanie przygotowaniem prac dyplomowych powierza się także nauczycielom akademickim niezatrudnionym na UW, którzy współprowadzą seminaria i proseminaria dyplomowe na Wydziale MIM. Kierującym przygotowaniem pracy dyplomowej z ramienia WMIM jest w takim przypadku nauczyciel

akademicki zatrudniony na WMIM, współprowadzący te zajęcia.

2.5 Nauczyciel akademicki z UW, niezatrudniony na WMIM, może kierować pracą dyplomową, jeżeli ze względu na tematykę pracy przemawiają za tym jego kompetencje i doświadczenie.

2.6 W uzasadnionych przypadkach, na wniosek studenta, Rada Dydaktyczna może upoważnić do kierowania przygotowaniem pracy dyplomowej także specjalistę spoza UW. W takim przypadku Rada Dydaktyczna, na wniosek KJD, wyznacza dodatkowo współkierującego pracą z ramienia Wydziału.

2.7 Jeżeli dyrekcja właściwego instytutu w porozumieniu z KJD nie postanowi inaczej, nauczyciel akademicki zatrudniony na WMIM, w roku akademickim może kierować nie więcej niż 10 pracami dyplomowymi, w tym co najwyżej 6 magisterskimi.

2.8 Zmiana kierującego pracą dyplomową wymaga zgody KJD, chyba że nowym kierującym jest współprowadzący proseminarium lub seminarium, na które jest zarejestrowany student.

3. Temat pracy dyplomowej

3.1 Student ustala temat pracy dyplomowej z kierującym pracą. Na studiach magisterskich, o ile nie postanowiono inaczej, temat pracy magisterskiej zatwierdzany jest dodatkowo przez komisję ds. prac magisterskich, powoływaną przez RD.

3.2. Przy zatwierdzeniu lub odrzuceniu tematu pracy ocenie podlega:

- zgodność tematu pracy z kierunkiem i poziomem studiów,
- zaplanowany zakres pracy,
- możliwość wykonania pracy w planowanym czasie.

3.3 Zmiana tematu pracy wymaga jego powtórnego zatwierdzenia. Nie dotyczy to zmiany tytułu pozostającej bez wpływu na zakres merytoryczny pracy.

3.4 W przypadku wspólnego przygotowania pracy dyplomowej przez studentów, wymagane jest dokładne określenie wkładu każdego ze współautorów we wstępie lub wydzielonej części pracy. Informacja o podziale zadań pomiędzy autorów powinna pozwalać na indywidualną ocenę efektów pracy każdego z nich.

3.5 Kierujący pracą może wystąpić do KJD o anulowanie zatwierdzonego tematu pracy magisterskiej, jeśli od zatwierdzenia tematu pracy minęły co najmniej dwa lata, a student nie utrzymuje z nim kontaktu lub nie czyni postępów w pracy

4. Praca dyplomowa

Prace dyplomowe na studiach pierwszego i drugiego stopnia różnią się stopniem samodzielności badawczej oraz stopniem zaawansowania metod badawczych stosowanych przez studenta.

4.1 Praca licencjacka na kierunku matematyka powinna wykazać wiedzę i umiejętności studenta w zakresie rozwiązywania zadań na poziomie studiów licencjackich i opanowania

warsztatu wymaganego do prowadzenia badań naukowych.

4.2 Praca magisterska na kierunku matematyka może dotyczyć dowolnego działu matematyki, jej zastosowań, dydaktyki lub historii. Trzon pracy powinna stanowić część teoretyczna, ujmująca temat pracy z punktu widzenia matematyki uniwersyteckiej. W pracy powinien być widoczny samodzielny wkład intelektualny autora, jak również nabyta w czasie studiów wiedza i umiejętności (w tym przygotowanie do prowadzenia badań naukowych i poszukiwania materiałów źródłowych).

4.3 Wymagania formalne wobec pracy dyplomowej i procedurę jej składania określa załącznik nr 1.

5. Zadania kierującego pracą dyplomową

5.1. Kierujący pracą dyplomową ma obowiązek:

- ustalenia ze studentem tematu pracy dyplomowej zgodnie z poziomem, kierunkiem i specjalnością studiów danego studenta,
- systematycznego weryfikowania postępów studenta w pisaniu pracy,
- omówienia zasad korzystania z literatury oraz prac osób trzecich oraz poinformowania o konsekwencjach w przypadku stwierdzenia naruszenia praw autorskich,
- wystawienia oceny pracy dyplomowej w oparciu o kryteria wskazane w pkt 6 oraz stopień samodzielności autora,
- przebadania pracy Jednolitym Systemem Antyplagiatowym i odniesienia się do wyników raportu.

5.2 Współkierujący pracą z ramienia WMIM ma obowiązek przejąć, w razie potrzeby, obowiązki kierującego spoza UW, w tym także zastąpić go na egzaminie dyplomowym.

6 Ocena pracy dyplomowej

6.1 Recenzentem pracy dyplomowej powinien być specjalista z danej problematyki posiadający co najmniej stopień naukowy doktora. W szczególnie uzasadnionych przypadkach KJD może wyznaczyć na recenzenta osobę nieposiadającą stopnia lub tytułu naukowego.

6.2 Recenzentów prac wyznacza KJD uwzględniając propozycje zgłoszone przez kierującego pracą dyplomową.

6.3 Recenzja pracy powinna obejmować:

- ocenę właściwości sformułowania tematu i zgodności treści z tematem
- ocenę układu pracy i jej struktury
- ocenę merytoryczną
- ocenę nowatorstwa w ujęciu problemu
- ocenę doboru wykorzystanych źródeł
- ocenę formalnej strony pracy

- informację na temat możliwości wykorzystania pracy (jako publikacja, materiał źródłowy, materiał dla studentów
- w przypadku prac przygotowywanych wspólnie: ocenę wkładu pracy studenta oraz istotności tego wkładu dla całości pracy dyplomowej
- w przypadku pracy licencjackiej: ocenę umiejętności samodzielnego opracowywania określonego zagadnienia naukowego,
- w przypadku pracy magisterskiej: ocenę umiejętności samodzielnego rozwiązywania postawionych problemów

6.4 Student ma prawo zapoznać się z recenzjami pracy na co najmniej 3 dni przed wyznaczoną datą egzaminu dyplomowego, chyba że praca została złożona z naruszeniem terminu, o którym mowa w § 47 Regulaminu Studiów na UW.

6.5 W przypadku różnicy ocen obu recenzji przekraczającej 1 stopień student może wnioskować do KJD o wyznaczenie dodatkowego recenzenta, chyba, że jego wyznaczenie uniemożliwiłoby przeprowadzenie egzaminu dyplomowego w planowym terminie ukończenia studiów lub terminie wyznaczonym zgodnie z § 47 ust 2 Regulaminu Studiów.

7. Dopuszczenie do egzaminu dyplomowego

7.1 Warunkiem dopuszczenia do egzaminu dyplomowego jest:

a) uzyskanie wszystkich zaliczeń wymaganych programem studiów oraz uzyskanie przewidzianej na danym kierunku liczby punktów ECTS.

b) uzyskanie dwóch pozytywnych ocen pracy, wystawionych przez promotora i co najmniej jednego recenzenta pracy.

c) dopełnienie formalności wskazanych w załączniku nr 1.

8. Komisja egzaminacyjna

8.1 Egzamin dyplomowy przeprowadza komisja powołana przez KJD, w skład której wchodzi co najmniej przewodniczący komisji egzaminu dyplomowego, kierujący pracą dyplomową oraz recenzent lub recenzenci.

8.2 Lista osób upoważnionych przez KJD do przewodniczenia komisji egzaminu dyplomowego jest opublikowana na stronie Wydziału.

8.3 Do zadań przewodniczącego komisji należy czuwanie nad prawidłowym przebiegiem egzaminu, rozstrzyganie spornych kwestii, dokumentowanie przebiegu egzaminu i ogłaszanie wyników egzaminu.

8.4 W szczególnie uzasadnionych przypadkach, za zgodą Dziekana, kierującego pracą lub recenzenta może zastąpić inny pracownik naukowy, dydaktyczny lub naukowo-dydaktyczny Wydziału.

9. Egzamin

9.1. Egzaminy dyplomowe na kierunku matematyka, mają formę ustną.

9.2 Ustne egzaminy licencjackie składają się z trzech pytań dotyczących kolejno:

- a) zagadnień poruszanych w pracy licencjackiej,
- b) zagadnień z dziedziny, której dotyczy praca licencjacka oraz

- c) materiału realizowanego w ramach przedmiotów obowiązkowych przewidzianych programem studiów.

9.3 Zakres zagadnień na egzaminy licencjackie stanowi załącznik do szczegółowych zasad dyplomowania i jest opublikowany na stronie Wydziału.

Zagadnienia obejmują materiał realizowany w ramach przedmiotów obowiązkowych przewidzianych programem studiów.

[Załącznik nr 2 do szczegółowych zasad dyplomowania na kierunku matematyka](#)

9.4 Egzaminy magisterskie składają się z ustnej prezentacji pracy magisterskiej (do 15 minut) i odpowiedzi na łącznie trzy pytania dotyczące pracy magisterskiej i tematyki realizowanego programu magisterskiego i ścieżki specjalizacyjnej

9.5 O ocenie końcowej komisja egzaminacyjna decyduje większością głosów, uwzględniając wszystkie elementy egzaminu. Komisja może ocenić każdą z odpowiedzi studenta oddzielnie i wystawić ocenę na podstawie średniej ocen.

9.6 W uzasadnionych przypadkach, KJD na podstawie opinii BON może zmodyfikować formę egzaminu dyplomowego, zachowując jednak jego zakres merytoryczny.

10. Szczegółowe zasady monitorowania procesu dyplomowania

10.1 Zasady przeprowadzania analizy recenzji i ocen prac dyplomowych:

10.1 Monitorowanie procesu dyplomowania powierza się działającemu na WMIM Zespołowi ds. Jakości Kształcenia, zwanemu dalej Zespołem, powołanemu przez Radę Dydaktyczną. W ciągu 2 m-cy od zakończenia roku akademickiego zespół dokonuje przeglądu dokumentów dotyczących dyplomowania pochodzących z co najmniej 10% teczek studenckich absolwentów, którzy ukończyli studia w poprzednim roku akademickim.

Na wniosek właściwego organu Samorządu Studentów, badaniem można dodatkowo objąć prace konkretnie wskazanych absolwentów.

10.2 Analizując prace dyplomowe zespół zwraca w szczególności uwagę na:

- terminy złożenia pracy przez studenta oraz udostępnienia mu recenzji pracy
- rzeczowość, kompletność i trafność uzasadnienia ocen pracy dyplomowej
- różnice w ocenach pracy i ich zasadność
- zakres merytoryczny pytań egzaminacyjnych
- przestrzeganie procedury przeprowadzania egzaminów dyplomowych opisanej w zasadach dyplomowania na WMIM

10.3 Zespół ds jakości kształcenia dokonuje przeglądu zagadnień egzaminacyjnych, o których mowa w pkt.9.4 na wniosek KJD oraz po każdej zmianie programu studiów lub sylabusów przedmiotów

10.4 Raport przedstawiający wyniki analiz, zespół przedstawia Radzie Dydaktycznej w terminie do końca roku kalendarzowego;

10.5 W przypadku gdy raport zespołu ds. kształcenia wykazuje nieprawidłowości, Rada Dydaktyczna opracowuje plan działań naprawczych i przekazuje go wraz z informacją o wyniku analiz, Uniwersyteckiej Radzie ds. Kształcenia w terminie do końca semestru następującego po roku akademickim będącym przedmiotem tych analiz.

10.6 Plan działań naprawczych tworzony jest w porozumieniu z kolegium przewodniczących egzaminów dyplomowych.

Załącznik nr 1 do szczegółowych zasad dyplomowania na kierunku matematyka

1. Strona tytułowa pracy dyplomowej powinna być wykonana według zatwierdzonego wzoru, umieszczonego na stronach wydziałowych. Na odwrocie strony tytułowej składają podpisy wszyscy autorzy pracy i kierujący pracą
2. Pierwsza praca powinna zawierać krótkie streszczenie, słowa kluczowe oraz klasyfikację tematyczną pracy według AMS Mathematical Subject Classification 2000 lub ACM Computing Classification System.
3. Student jest zobowiązany przygotować trzy identyczne egzemplarze pracy dyplomowej: dla kierującego, dla recenzenta oraz do akt studenta.
4. Wszystkie egzemplarze powinny być drukowane dwustronnie.
5. W przypadku gdy część pracy stanowi oprogramowanie, do pracy należy dołączyć płytę CD/DVD/BD/inny, uzgodniony nośnik danych
6. egzemplarz do akt nie powinien być oprawiony, jedynie zszyty zszywaczem w trzech miejscach wzdłuż dłuższej, lewej krawędzi strony
7. praca musi być zarchiwizowana w Archiwum Prac Dyplomowych (APD). Sposób archiwizacji prac w APD określa odrębny dokument.
8. Student - autor pracy - przedstawia kierującemu pracą wszystkie trzy egzemplarze, podpisane przez siebie na odwrocie strony tytułowej. Kierujący pracą składa podpis na odwrocie strony tytułowej i zachowuje jeden egzemplarz.
9. Przed zatwierdzeniem pracy kierujący pracą zleca jej badanie Jednolitym Systemem Antyplagiatowym, a następnie, w przypadku akceptacji wyniku - zatwierdza raport, drukuje go i podpisuje.
10. Dwa egzemplarze pracy student składa w Sekcji Studenckiej wraz z wypełnionym "Wnioskiem o powołanie komisji egzaminacyjnej do przeprowadzenia egzaminu dyplomowego", wydrukiem raportu z JSA i recenzją pracy podpisanymi przez kierującego.

Załącznik nr 2 do szczegółowych zasad dyplomowania na kierunku matematyka

ZAGADNIENIA NA EGZAMIN LICENCJACKI

WSTĘP DO MATEMATYKI

1. Relacja (częściowego) porządku. Przykłady własności zbiorów liniowo uporządkowanych, których nie musi mieć każdy zbiór (częściowo) uporządkowany, i własności zbiorów dobrze uporządkowanych, których nie musi mieć każdy zbiór liniowo uporządkowany. Pojęcie izomorfizmu porządkowego. Lemat Kuratowskiego-Zorna, przykłady zastosowań.
2. Równoliczność zbiorów. Co to znaczy, że moc zbioru A jest mniejsza od mocy zbioru B ? Twierdzenie Cantora (moc zbioru X jest mniejsza od mocy zbioru potęgowego zbioru X). Twierdzenie Cantora-Bernsteina. Przykłady zbiorów przeliczalnych i nieprzeliczalnych. Czy każdy zbiór nieprzeliczalny jest równoliczny ze zbiorem wszystkich liczb rzeczywistych? Czy istnieje zbiór o największej mocy?
3. Własności obrazu i przeciwobrazu zbioru względem funkcji. Zachowanie operacji obrazu i przeciwobrazu względem działań na zbiorach. Równoliczność obrazu zbioru A z

odpowiednim zbiorem ilorazowym zbioru A.

ANALIZA MATEMATYCZNA

Ciągi liczb rzeczywistych. Zbieżność ciągu, warunek Cauchy'ego, zupełność zbioru liczb rzeczywistych.

- b) Szeregi liczbowe, zbieżność bezwzględna i warunkowa. Przykłady kryteriów zbieżności i ich zastosowań.
- c) Ciągłość i jednostajna ciągłość funkcji i odwzorowań. Twierdzenie o osiągnięciu kresów przez funkcję ciągłą na przedziale domkniętym. Przykład funkcji ciągłej niejednostajnie ciągłej.
- d) Pochodna funkcji:
zmiennej rzeczywistej o wartościach rzeczywistych;
- d) odwzorowania z przestrzeni R^n o wartościach w R^m .
- e) Pochodne cząstkowe. Obliczanie pochodnych.
- f) Twierdzenia o wartości średniej rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej (twierdzenie Rolle'a i Lagrange'a). Przykład zastosowania.
- g) Szeregi potęgowe; przedział zbieżności, różniczkowanie i całkowanie szeregu potęgowego, przykłady.
- h) Ekstrema funkcji:
jednej zmiennej;
 - wielu zmiennych.
 - Warunki konieczne i dostateczne. Przykład wyznaczania ekstremum.
- i) Twierdzenie Banacha o punkcie stałym, twierdzenie o funkcji odwrotnej i twierdzenie o funkcji uwikłanej. Pojęcie różniczkowej.
- j) Całka funkcji jednej zmiennej. Całka nieoznaczona i oznaczona. Zasadnicze twierdzenie rachunku różniczkowego i całkowego. Obliczanie całek.
- k) Konstrukcja całki i miary Lebesgue'a oraz miary powierzchniowej. Przykład zbioru niemierzalnego w sensie Lebesgue'a
- l) Całki iterowane (twierdzenie Fubiniego). Przykłady obliczania całek iterowanych.
- m) Wzór na całkowanie przez podstawienie:
dla funkcji jednej zmiennej;
 - 11. dla funkcji wielu zmiennych.
 - 12. Przykład zastosowania.
- n) Twierdzenie o zmajorzowanym przechodzeniu do granicy w teorii całki Lebesgue'a. Przykład zastosowania.
- o) Przykład wzoru zamieniającego całkę po obszarze na płaszczyźnie na całkę po brzegu tego obszaru.

GEOMETRIA Z ALGEBRĄ LINIOWĄ

Rozwiązywanie układów równań liniowych. Elementarne operacje na macierzach, metoda eliminacji Gaussa. Twierdzenia Kroneckera-Cappelli'ego i Cramera.

2. Ciała: definicja, przykłady. Liczby zespolone: własności, postać trygonometryczna, pierwiastkowanie, zasadnicze twierdzenie algebry.

3. Przestrzenie liniowe: definicja, przykłady. Układy liniowo niezależne, bazy, wymiar przestrzeni liniowej.
4. Przekształcenia liniowe: definicja, przykłady, macierz przekształcenia liniowego. Monomorfizmy, epimorfizmy, izomorfizmy. Jądro i obraz przekształcenia liniowego.
5. Przestrzenie własne i wartości własne endomorfizmów liniowych, sposoby ich znajdowania. Podobieństwo macierzy, diagonalizowalność, postać Jordana macierzy, twierdzenie Jordana.
6. Rząd, wyznacznik i ślad macierzy. Sposoby obliczania. Przykłady zastosowań.
7. Przestrzenie przekształceń liniowych. Funkcjonały liniowe, przestrzeń sprzężona do przestrzeni liniowej, baza sprzężona.
8. Formy dwuliniowe i kwadratowe: definicje, przykłady, macierz formy dwuliniowej. Diagonalizacja form dwuliniowych i kwadratowych, twierdzenie o bezwładności.
9. Iloczyny skalarne: definicja, przykłady, kryterium Sylwestera. Przestrzenie euklidesowe, miary, kąty. Izometrie.

ALGEBRA DLA MSEM:

1. Relacje równoważności. Klasy abstrakcji, zbiór ilorazowy.
2. Relacja porządku częściowego i liniowego, elementy maksymalne i największe.
3. Porównywanie mocy zbiorów. Zbiory przeliczalne, nieprzeliczalne. Przeliczalność sumy i iloczynu kartezjańskiego zbiorów przeliczalnych. Nieprzeliczalność zbioru liczb rzeczywistych. Twierdzenie Cantora.
4. Ciała: definicja, przykłady. Liczby zespolone: własności, postać trygonometryczna, pierwiastkowanie, zasadnicze twierdzenie algebry.
5. Rozwiązywanie układów równań liniowych. Operacje elementarne na macierzach, metoda eliminacji Gaussa.
6. Przestrzenie liniowe: definicja, przykłady. Układy liniowo niezależne, bazy, wymiar przestrzeni liniowej.
7. Przekształcenia liniowe: definicja, przykłady, macierz przekształcenia liniowego. Monomorfizmy, epimorfizmy, izomorfizmy. Jądro i obraz przekształcenia liniowego.
8. Rząd, wyznacznik i ślad macierzy. Sposoby obliczania. Przykłady zastosowań.
9. Endomorfizmy przestrzeni liniowych. Macierz endomorfizmu w bazie, zależność od bazy, macierze podobne. Wektory i wartości własne endomorfizmów liniowych, sposoby ich znajdowania. Podobieństwo macierzy, diagonalizowalność, postać Jordana macierzy, twierdzenie Jordana.
10. Formy dwuliniowe i kwadratowe: definicje, przykłady, macierz formy dwuliniowej.
11. Iloczyny skalarne: definicja, przykłady, kryterium Sylwestera. Przestrzenie euklidesowe, miary, kąty. Izometrie.
12. Grupa, grupa abelowa, podgrupa. Grupy permutacji. Warstwy grupy względem podgrupy, twierdzenie Lagrange'a. Homomorfizm grup, jądro homomorfizmu, dzielnik normalny, grupa ilorazowa, twierdzenie o homomorfizmie. Działanie grupy na zbiorze.
13. Pierścienie przemienne z 1, homomorfizmy. Ideał, pierścień ilorazowy, twierdzenie o homomorfizmie. Pierścień $K[X]$ i ideały w nim.

WSTĘP DO INFORMATYKI

Problem algorytmiczny i jego rozwiązanie. Przykłady.

- Funkcje i procedury rekurencyjne. Przykłady.
- Metoda programowania "dziel i rządź". Zastosowania.
- Dynamiczne struktury danych: listy, stos, kolejki, drzewa binarnych poszukiwań.
- Sposoby reprezentacji grafu, przeszukiwanie grafu wszerz i w głąb. Zastosowania.
- Złożoność obliczeniowa algorytmu. Przykłady algorytmów o różnej złożoności obliczeniowej.
- Hipoteza $P=NP$, sformułowanie, znaczenie i konsekwencje
- Reprezentacja i arytmetyka liczb rzeczywistych w komputerze.

ALGEBRA

1. Podstawowe struktury algebraiczne: grupy, pierścienie, ciała i ich homomorfizmy.

Przykłady :

- grup – grupy permutacji, grupy izometrii, grupy macierzy;
- pierścieni – pierścień wielomianów, pierścień szeregów formalnych, pierścień funkcji ciągłych;

- ciał – ciała liczbowe, ciało funkcji wymiernych, ciała skończone.

2. Konstrukcje ilorazowe na przykładzie grup i pierścieni. Przykłady: abelianizacja grupy, rozszerzenie ciała o pierwiastek wielomianu.

3. Związki pomiędzy rzędem grupy i rzędami podgrup, twierdzenia Lagrange'a, Cauchy'ego i Sylowa.

4. Działania grupy na zbiorach - orbity, grupy izotropii, zbiór orbit. Przykłady: działanie grupy na zbiorze warstw względem podgrupy, działanie grupy na zbiorze swoich elementów przez automorfizmy wewnętrzne. Przykłady zastosowań.

5. Iloczyn prosty grup, klasyfikacja skończonych grup abelowych.

6. Własności elementów pierścienia: elementy odwracalne, dzielniki zera. Dziedziny całkowitości: elementy pierwsze i nierozkładalne. Dziedziny z jednoznacznością rozkładu i ich przykłady: pierścienie wielomianów, pierścień Gaussa.

7. Rozszerzenia ciał: elementy algebraiczne i przestępne. Ciała algebraicznie domknięte, algebraiczne domknięcie.

TOPOLOGIA

Pojęcie przestrzeni topologicznej. Topologia przestrzeni. Czy każda topologia pochodzi od jakiejś metryki? (wyjaśnij użyte pojęcia, podaj przykłady)

- Definicja ciągłości funkcji dla przestrzeni metrycznych i dla przestrzeni topologicznych. Równoważność tych definicji w przypadku przestrzeni metrycznych (z uzasadnieniem)

- Przestrzeń zwarta: definicja, przykłady. Metryczny warunek zwartości. Zwarte podzbiory przestrzeni R^n , funkcje ciągłe określone na przestrzeni zwartej.

- Przestrzeń metryczna zupełna: definicje, przykłady. Czy przestrzeń metryczna zwarta jest zupełna, czy przestrzeń zupełna i ograniczona jest zwarta (dlaczego tak/nie)?

- Twierdzenie Baire'a. Dlaczego nie można opuścić żadnego z założeń tego twierdzenia?

- Spójność i łukowa spójność przestrzeni topologicznych. Czy któraś z tych własności implikuje drugą? (przykład na brak wynikania w którąś stronę, wyjaśnij użyte pojęcia, podaj przykłady).
- Homeomorficzność przestrzeni topologicznych, przykłady. Czy z istnienia ciągłej bijekcji $f: X \rightarrow Y$ wynika istnienie homeomorfizmu? Czy takie wynikanie ma miejsce przy jakichś szczególnych założeniach o przestrzeniach?

RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE ZWYCZAJNE

Istnienie i jednoznaczność rozwiązań zagadnienia Cauchy'ego. Globalność rozwiązań.

- 2. Rozwiązywanie równań o zmiennych rozdzielonych, a także jednorodnych i niejednorodnych metodą uzmienniania stałej.
- Układy równań liniowych o stałych współczynnikach. Równania wyższych rzędów o stałych współczynnikach.
- Stabilność i asymptotyczna stabilność rozwiązań stacjonarnego równań autonomicznych; w szczególności, dla układu liniowego.
- Całki pierwsze.
- Definicja potoku i orbity. Szkicowanie portretów fazowych autonomicznych układów liniowych o stałych współczynnikach w \mathbb{R}^2 .

RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Model doświadczenia losowego. Aksjomaty teorii prawdopodobieństwa. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. Prawdopodobieństwo geometryczne. Paradoksy w teorii prawdopodobieństwa.

- Prawdopodobieństwo warunkowe. Wzór na prawdopodobieństwo całkowite i wzór Bayesa. Przykłady zastosowań obu wzorów.
- Niezależność zdarzeń i zmiennych losowych. Model probabilistyczny dla ciągu niezależnych doświadczeń. Schemat Bernoulliego i twierdzenie Poissona.
- Zmienne losowe i rozkłady prawdopodobieństwa. Dystrybuanty, gęstości. Typy rozkładów (dyskretne, ciągłe). Parametry rozkładów (wartość oczekiwana i wariancja). Nierówność Czebyszewa.
- Ważniejsze rozkłady prawdopodobieństwa (Bernoulliego, Poissona, wykładniczy, gaussowski). Przykłady zagadnień, w których pojawiają się poszczególne rozkłady.
- Suma niezależnych zmiennych losowych. Wyznaczanie jej rozkładu (gęstości, dystrybuanty) przy użyciu pojęcia splotu funkcji.
- Zbieżność zmiennych losowych określonych na wspólnej przestrzeni probabilistycznej: według prawdopodobieństwa, prawie na pewno i według p-tego momentu. Związki między tymi rodzajami zbieżności.
- Twierdzenia graniczne: prawa wielkich liczb, twierdzenie de Moivre'a-Laplace'a jako szczególny przypadek centralnego twierdzenia granicznego. Przykłady zastosowań.

MATEMATYKA OBLICZENIOWA

1. Numeryczne rozkłady macierzy: trójkątno-trójkątny (LU) i ortogonalno-trójkątny (QR). Zastosowania do rozwiązywania układów równań algebraicznych liniowych. Koszt, własności numeryczne.

2. Normy wektorowe i macierzowe oraz ich własności. Wrażliwość numerycznych rozwiązań układu równań liniowych na zaburzenia danych.
3. Interpolacja wielomianowa. Wzór na resztę interpolacyjną i jego zastosowania.
4. Aproksymacja w przestrzeniach unitarnych oraz jednostajna.
5. Kwadratury interpolacyjne i złożone dla numerycznego całkowania funkcji jednej zmiennej. Zbieżność kwadratur złożonych.
6. Metody numerycznego rozwiązywania równań nieliniowych skalarnych. Szybkość i warunki zbieżności tych metod.

STATYSTYKA/STATYSTYCZNA ANALIZA DANYCH

1. Estymatory
2. Przedziały ufności
3. Testowanie hipotez statystycznych
4. Model liniowy Gaussa

FUNKCJE ANALITYCZNE

Różniczkowalność w sensie zespolonym i jej związek z równaniami Cauchy'ego-Riemanna. Co funkcje holomorfczne mają wspólnego z odwzorowaniami konforemnymi podzbiorów płaszczyzny zespolonej? Funkcje harmoniczne i ich związek z funkcjami holomorfcznymi.

d) Podstawowe funkcje elementarne w dziedzinie zespolonej: funkcja wykładnicza, funkcje trygonometryczne, gałęzie logarytmu i potęgi zespolonej. Ich podstawowe własności. Grupa homografii. Obrazy prostych i okręgów w przekształceniu homograficznym. Homografie jako przekształcenia sfery Riemanna.

e) Całki krzywoliniowe. Twierdzenie Cauchy'ego o całkach po krzywych homotopijnych. Wzór całkowy Cauchy'ego. Indeks krzywej zamkniętej na płaszczyźnie zespolonej względem punktu tej płaszczyzny - definicja i podstawowe własności.

f) Różne charakteryzacje funkcji holomorfcznych. Twierdzenie Morery. Twierdzenie Weierstrassa o ciągach funkcji holomorfcznych.

g) Zasada maksimum. Twierdzenie Liouville'a. Zasadnicze Twierdzenie Algebry.

h) Twierdzenie Laurenta. Osobliwości punktowe (izolowane) funkcji holomorfcznych - ich klasyfikacja i podstawowe własności. Twierdzenie Riemanna o osobliwości pozornej. Twierdzenie Casoratiego-Weierstrassa. Twierdzenie o residuach i jego zastosowania.

i) Zera i bieguny funkcji meromorfcznej. Ich związek z pochodną logarytmiczną funkcji - zasada argumentu. Twierdzenie Rouché'go.